东城区2022－2023学年度第二学期初三年级统一测试(二)

数学参考答案及评分标准

2023.5

一、选择题(本题共16分,每小题2分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	D	A	C	C	A	B	A

二、填空题(本题共16分,每小题2分)

9. $x\geqslant 2$　10. $2(x+2)(x-2)$　11. 2或3(答案不唯一,写出一个即可)　12. 62

13. 答案不唯一,如:$AE=DB$　14. 0.9　15. 134

16. (1)(1,2,3,4,5),(1,2,4,5)或(1,2,3,6)　(2)5或7(答案不唯一,写出一个即可)

三、解答题(本题共68分,第17—21题,每小题5分,第22—23题,每小题6分,第24题5分,第25—26题,每小题6分,第27—28题,每小题7分)解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解:$\sqrt[3]{8}+\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}+\left|\sqrt{2}-1\right|-\sqrt{2}\sin 45^\circ$

$=2+2+\sqrt{2}-1-1$ …… 4分

$=2+\sqrt{2}$. …… 5分

18. 解:$\begin{cases}x-y=2, & ①\\ x+2y=5. & ②\end{cases}$

由②－①,得 $3y=3$.

解得 $y=1$. …… 2分

将 $y=1$ 代入①,得 $x=3$. …… 4分

∴ 原方程组的解为$\begin{cases}x=3,\\ y=1.\end{cases}$ …… 5分

19. 解:(1)图略;(2)90;直径所对的圆周角是直角;经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线. …… 5分

20. 解:原式$=\left(\frac{a+2}{a+2}-\frac{a}{a+2}\right)\cdot\frac{(a+2)^2}{(a+2)(a-2)}$

$=\frac{2}{a-2}$. …… 4分

当 $a=4$ 时,原式$=\frac{2}{4-2}=1$. …… 5分

21.(1)证明：∵$AE/\!/BC$，$CE/\!/AD$，

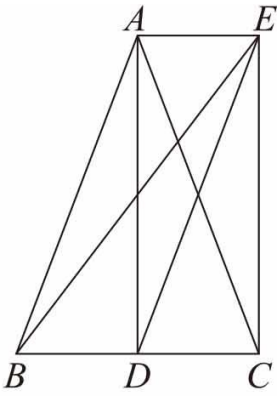
∴四边形 $ADCE$ 是平行四边形.

∵$AB=AC$，D 为 BC 中点，

∴$AD\perp BC$.

∴$\angle ADC=90°$.

∴四边形 $ADCE$ 是矩形. …… 2 分



(2)解：∵四边形 $ADCE$ 为矩形，

∴$\angle BCE=90°$，$DE=AC$.

∵D 为 BC 中点，

∴$BC=2CD=6$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle BCE$ 中，$\tan\angle CBE=\dfrac{CE}{BC}=\dfrac{4}{3}$，

∴$CE=8$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle CDE$ 中，$CD^2+CE^2=DE^2$，

∴$DE=\sqrt{73}$.

∴$AC=\sqrt{73}$.

∴$AB=\sqrt{73}$. …… 5 分

22.解：(1)∵点 P 纵坐标为 4，

∴$4=\dfrac{1}{2}x+1$，解得 $x=6$.

∴$P(6,4)$.

∴$4=\dfrac{m}{6}$.

∴$m=24$. …… 3 分

(2)∵$\dfrac{PB}{BM}=\dfrac{1}{2}$，

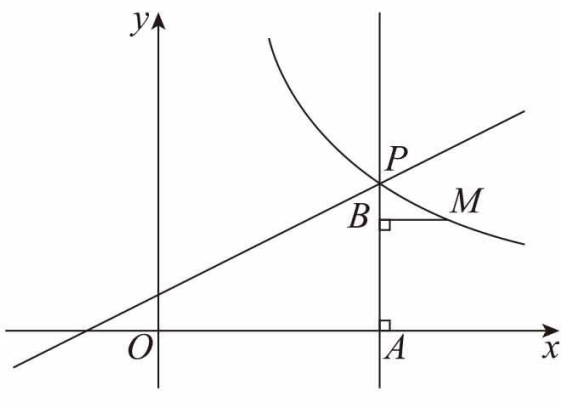
设 $PB=t(t>0)$，则 $BM=2t$.

∴M 点的坐标为$(6+2t,4-t)$.

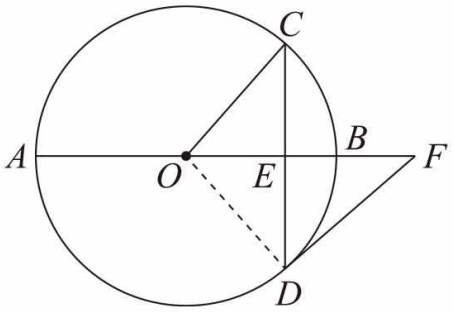
∴$(6+2t)(4-t)=24$.

解得 $t_1=1$，$t_2=0$(舍去).

∴点 M 的坐标为$(8,3)$. …… 6 分



23.(1)证明:连接 OD.



$\because \odot O$ 的直径 AB 与弦 CD 相交于点 E,且 $CE=DE$,

$\therefore AB \perp CD$.

$\therefore \angle F+\angle EDF=90^\circ$.

$\because OC=OD$,

$\therefore \angle ODC=\angle C=\angle F$.

$\therefore \angle ODC+\angle EDF=90^\circ$.

$\therefore OD \perp DF$.

$\therefore DF$ 是 $\odot O$ 的切线. …… 3 分

(2) 解:$\because OE=2BE$,

$\therefore OD=OC=3BE$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle OCE$ 中,$\sin C=\dfrac{OE}{OC}=\dfrac{2}{3}$.

$\because \angle F=\angle C$,

$\therefore \sin F=\sin C=\dfrac{2}{3}$.

设 $BE=x$,则 $OE=2x$,$OD=3x$,$OF=3x+2$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle ODF$ 中,$\sin F=\dfrac{OD}{OF}=\dfrac{2}{3}$.

$\therefore \dfrac{3x}{3x+2}=\dfrac{2}{3}$.

$\therefore x=\dfrac{4}{3}$.

$\therefore OD=4$.

即 $\odot O$ 的半径的长为 4. …… 6 分

24. 解：(1)图略. …… 1 分

(2)7605.5；高. …… 3 分

(3)b，c. …… 5 分

25. 解：(1)一. …… 1 分

(2)图略. …… 2 分

(3)4. …… 3 分

(4)8，2，2. …… 6 分

26. 解：(1)∵ 抛物线 $y=ax^2+bx+1$ 的对称轴是直线 $x=3$，

∴ $-\frac{b}{2a}=3$.

∴ $b=-6a$.

∴ 抛物线的解析式为 $y=ax^2-6ax+1$.

∴ 抛物线 $y=ax^2-6ax+1$ 的顶点坐标为$(3,-9a+1)$. …… 2 分

(2)<. …… 4 分

(3)当 $a>0$ 时，抛物线开口向上.

∵ 抛物线与线段 AB 恰有一个公共点，

∴ 当 $x=7$ 时的函数值大于或等于 3.

∴ $49a-42a+1\geqslant 3$.

∴ $a\geqslant\frac{2}{7}$.

当 $a<0$ 时，抛物线开口向下.

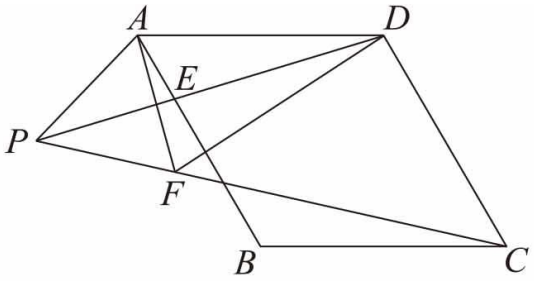
当抛物线的顶点在线段 AB 上时，抛物线与线段 AB 有唯一公共点.

∴ $y_{顶点}=-9a+1=3$.

∴ $a=-\frac{2}{9}$.

综上所述，$a\geqslant\frac{2}{7}$或 $a=-\frac{2}{9}$. …… 6 分

27.(1)解：∵点 A 与点 F 关于直线 DE 对称，



∴ $DA = DF$，$PA = PF$，$\angle FDP = \angle ADP = \alpha$，

$\angle APD = \angle FPD$.

∵菱形 $ABCD$ 中，$\angle BAD = 60°$，

∴ $AD = AB = CD$，$\angle ADC = 120°$.

∴ $\angle CDF = 120° - 2\alpha$.

∵ $DF = AD = CD$，

∴ $\angle DCP = \frac{1}{2}(180° - \angle CDF) = 30° + \alpha$. …… 1 分

(2)证明：∵ $\angle DFC = \angle DPF + \angle FDP$，

∴ $\angle DPF = \angle DFC - \angle FDP$.

∵ $DF = DC$，

∴ $\angle DFC = \angle DCF = 30° + \alpha$.

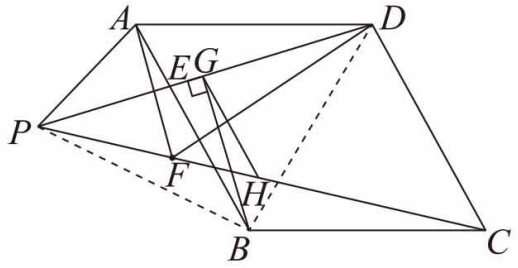
∴ $\angle DPF = 30° + \alpha - \alpha = 30°$.

∴ $\angle APF = 2\angle DPF = 60°$.

∵ $PA = PF$，$\angle APF = 60°$，

∴△APF 为等边三角形. …… 3 分

(3)解：$PH = CH$，理由如下.



连接 BD，PB.

∵ $AD = AB$，$\angle DAB = 60°$，

∴△ABD 为等边三角形.

∴ $\angle PAF + \angle FAB = \angle DAB + \angle FAB$.

∴ $\angle PAB = \angle FAD$.

在△APB 和△AFD 中，

$$\begin{cases} AP=AF, \\ \angle PAB=\angle FAD, \\ AB=AD, \end{cases}$$

$\therefore \triangle APB\cong\triangle AFD.$

$\therefore PB=FD=BD.$

$\because BG\perp PD,$

$\therefore$ 点 G 为 PD 中点.

$\because GH/\!/CD,$

$\therefore PH=CH.$ …… 7 分

28. (1)$A.$ …… 1 分

(2)$\frac{4}{3}<r\leqslant\frac{5}{3}.$ …… 4 分

(3)$0\leqslant d<4.$ …… 7 分