北京市西城区九年级模拟测试试卷

数学答案及评分参考

2023.5

一、选择题（共16分，每题2分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	C	C	B	D	C	D	A

二、填空题（共16分，每题2分）

9. $x\neq 2$.　　10. $m<1$.　　11. $\frac{4}{3}$.　　12. 答案不唯一，如：$a=-1$，$b=1$.

13. 乙　　14. 150°.　　15. $\frac{2}{3}$.　　16. C，答案不唯一，如：EHI.

三、解答题（共68分，第17-20题，每题5分，第21-22题，每题6分，第23题5分，第24题6分，第25题5分，第26题6分，第27-28题，每题7分）

17. 解：$\sqrt{8}-4\cos 45°+(\frac{1}{3})^{-1}-|-2|$

$=2\sqrt{2}-4\times\frac{\sqrt{2}}{2}+3-2$ ……4分

$=1$. ……5分

18. 解：$\begin{cases}2x+1>\frac{x-1}{2}, & ①\\ 3x-1\leqslant 5 & ②\end{cases}$

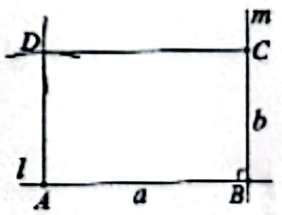
解不等式①，得$x>-1$. ……2分

解不等式②，得$x\leqslant 2$. ……3分

所以原不等式组的解集是$-1<x\leqslant 2$.. ……4分

所以原不等式组的所有正整数解为1，2. ……5分

19.（1）如图所示； ……2分



（2）两组对边分别相等的四边形是平行四边形，

90，

有一个角是直角的平行四边形是矩形．……5分

20．解：$(a-\frac{1}{a})\div\frac{a-1}{a^2}$

$=\frac{a^2-1}{a}\cdot\frac{a^2}{a-1}$

$=a^2+a$．……3分

∵ $a^2+a-5=0$，

∴ $a^2+a=5$．……4分

∴ 原式=5．……5分

21．解：$\Delta=9-4(m+1)$

$=-4m+5$．……2分

∵ 关于 x 的方程 $x^2-3x+m+1=0$ 有实数根，

∴ $-4m+5\geqslant 0$．

解得 $m\leqslant\frac{5}{4}$．……3分

∵ m 为正整数，

∴ $m=1$．……4分

此时原方程化为 $x^2-3x+2=0$．

解这个方程，得 $x_1=2$，$x_2=1$．……6分

22．（1）证明：∵ 在矩形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$AD=BC$，

∴ $AD\parallel CE$．……1分

∵ $AC\parallel DE$，

∴ 四边形 $ACED$ 是平行四边形．……2分

∴ $AC=DE$．

∵在矩形 $ABCD$ 中，$AC=BD$，

∴ $BD=DE$．……3分

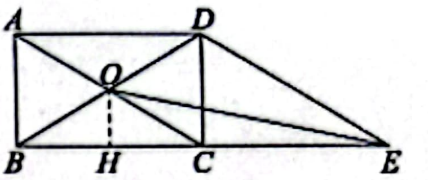
（2）解：作 $OH\perp BE$ 于 H，如图．

∵ 在矩形 $ABCD$ 中，$AC=BD$，且 AC 与 BD 交于点 O，

∴ $OB=OC=OA$.

∴ $BH=HC$.

∴ $OH=\frac{1}{2}AB$.



∵ $AB=2$，$BC=4$，

∴ $OH=1$，$HC=2$. ……4 分

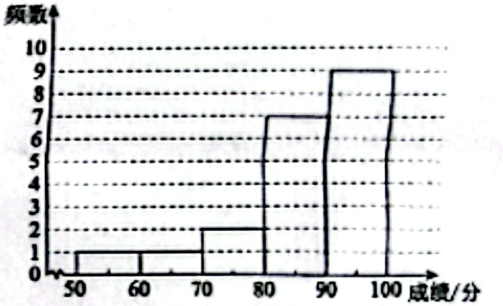
∵ 在平行四边形 $ACED$ 中，$AD=CE$，

∴ $CE=BC=4$.

∴ $HE=6$. ……5 分

∴ 在 Rt△OHE 中，$OE=\sqrt{OH^2+HE^2}=\sqrt{37}$. ……6 分

23．解：（1）如图所示； ……1 分



（2）88.5；94； ……3 分

（3）$\frac{9}{20}\times 2000+\frac{10}{20}\times 2000=1900$（份）

答：这两个小区的居委会一共需要准备 1900 份小奖品.

……5 分

24．证明：（1）连接 AM，如图 1.

∵ AD 是⊙O 的直径，

∴ $\angle AMD=90°$. ……2 分

∴ $AM\perp DB$.

∵ 在菱形 $ABCD$ 中，$AD=AB$，

∴ $DM=BM$. ……3 分

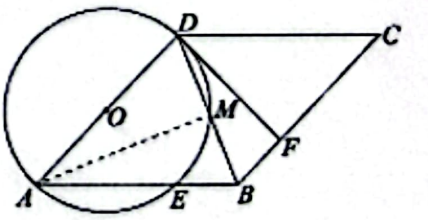


图 1

（2）连接 DE，如图 2.

∵ AD 是⊙O 的直径，

∴ $\angle AED=\angle BED=90°$.

∵ 在菱形 $ABCD$ 中，$\angle ABD=\angle CBD$，

又∵ $BF=BE$，$BD=BD$，

∴ $\triangle BED\cong\triangle BFD$.

∴ $\angle BFD=\angle BED=90°$.

∴ $\angle CFD=90°$.

∵ 在菱形 $ABCD$ 中，$AD/\!/BC$，

∴ $\angle ADF=\angle CFD=90°$.

∴ $DF\perp AD$.

∴ DF 是⊙O 的切线.

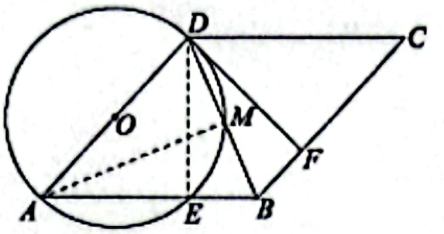


图 2

……6 分

25．解：（1）∵ 点 A（a，2）在一次函数 $y=2x$ 的图象上，

∴ $a=1$.

∴ 点 A 的坐标为（1，2）.

∵ 点 A（1，2）在函数 $y=\frac{k}{x}$（$x>0$）的图象上，

∴ $k=2$. ……2 分

（2）1；……3 分

（3）$2<x_P\leqslant\frac{5}{2}$. ……5 分

26．解：抛物线 $y=ax^2-2ax+8$（$a<0$）的对称轴是直线 $x=1$，且它的开口向下.

（1）∵ $-1<x_1<2$，

∴ $y_1>a(-1)^2-2a\cdot(-1)+8=3a+8$.

∵ 当 $m=-2$ 时，可得 $3<x_2<5$，

∴ $y_2<a\cdot3^2-2a\cdot3+8=3a+8$.

∴ $y_1>y_2$. ……3 分

（2）∵ $1-m<x_2<m+7$，

∴ $1-m<m+7$，

解得 $m>-3$．①

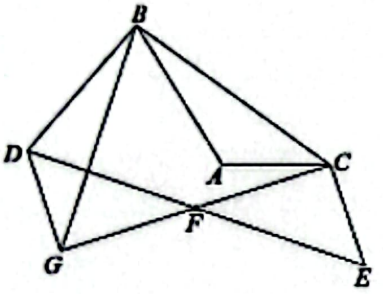
∵ 存在 x_1，x_2，满足 $y_1=y_2$，且 $-1<x_1<2$，

∴ $1-m<3$．

∴ $m>-2$．　②

综上，m 的取值范围是 $m>-2$．……6 分

27．（1）①如图所示：



……1 分

证明：∵ 边 AC 绕点 C 逆时针旋转 $180°-\alpha$ 得到线段 CE，

∴ $AC=CE$．

∵ 点 F 是 DE 的中点，

∴ $DF=EF$．

∵ 点 C 与点 G 关于点 F 对称，

∴ $CF=GF$．

∵ $\angle DFG=\angle EFC$，

∴ $\triangle DFG\cong\triangle EFC$．

∴ $DG=CE$．

∴ $AC=DG$．……3 分

②证明：∵ 边 AB 绕点 B 顺时针旋转 α（$0°<\alpha<180°$）得到线段 BD，

∴ $BD=BA$．

设 $\angle ACB=x$，$\angle ABC=y$，则 $\angle BAC=180°-(x+y)$．

∴ 在四边形 $BDEC$ 中，

$\angle BDE+\angle CED=360°-\angle DBC-\angle BCE=180°-(x+y)$．

∵ $\triangle DFG\cong\triangle EFC$，

∴ $\angle GDF=\angle CEF$．

∴ $\angle BDG=\angle BDE+\angle GDF=180°-(x+y)$.

∴ $\angle BDG=\angle BAC$.

∴ $\triangle BDG\backsim\triangle BAC$.

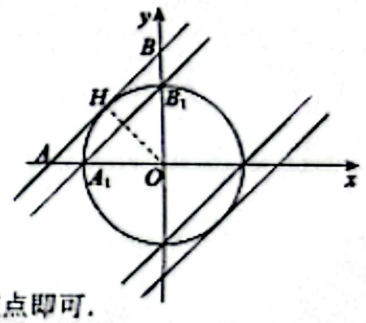
∴ $\angle DGB=\angle ACB$.

……5 分

（2）$FH=\frac{\sqrt{3}}{4}BC$. ……7 分

28. 解：（1）$2\sqrt{2}$，3；……2 分

（2）由题意可得，关于圆 O 的特征值为 4 的所有点都在以 O 为圆心，$\sqrt{3}$ 为半径的圆周上，如图.



当 $b>0$ 时，

∵ 线段 AB 上总存在关于圆 O 的特征值为 4 的点，

∴ 线段 AB 与以 O 为圆心，$\sqrt{3}$ 为半径的圆有交点即可.

当线段 AB 与以 O 为圆心，$\sqrt{3}$ 为半径的圆相切时，将切点设为 H，

连接 OH，则 $OH=\sqrt{3}$.

∴ $OB=\sqrt{6}$.

∴ $b_1=\sqrt{6}$.

将以 O 为圆心，$\sqrt{3}$ 为半径的圆与 y 轴正半轴的交点记为 B_1，则 $OB_1=\sqrt{3}$.

当线段 AB 与以 O 为圆心，$\sqrt{3}$ 为半径的圆相交，且过点 B_1 时，可得 $b_2=\sqrt{3}$.

所以 $\sqrt{3}\leqslant b\leqslant\sqrt{6}$.

同理可求当 $b<0$ 时，$-\sqrt{6}\leqslant b\leqslant-\sqrt{3}$.

综上，b 的取值范围是 $-\sqrt{6}\leqslant b\leqslant-\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{3}\leqslant b\leqslant\sqrt{6}$. ……5 分

（3）$2-\frac{\sqrt{3}}{2}\leqslant t\leqslant1+\frac{\sqrt{7}}{2}$. ……7 分